

Câu 1: (2 điểm).

Diện tích bề mặt của một kính khí cầu có dạng hình cầu với bán kính r được tính bởi công thức $S = 4\pi r^2$. Giả sử rằng bán kính của kính khí cầu thay đổi theo thời gian và được cho bởi $r(t) = 2t$.

- Hãy tính diện tích bề mặt của kính khí cầu khi $t = 2$.
- Hãy tìm công thức tính diện tích bề mặt của kính khí cầu theo thời gian bằng cách tìm hàm số hợp $S \circ r$.

Câu 2: (2 điểm). Cho hàm số $f(x)$ xác định bởi

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 16 & \text{nếu } x < 2 \\ 4 & \text{nếu } x = 2 \\ bx - 2 & \text{nếu } x > 2. \end{cases}$$

- Tìm a và b để hàm số f liên tục với mọi x .
- Với giá trị trên của a và b thì hàm số f có khả vi tại $x = 2$ hay không? Tính $f'(2)$ nếu có?

Câu 3: (1 điểm).

Viết phương trình tiếp tuyến với đường cong cho bởi phương trình $xy + \sin x = 1$ tại $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$.

Câu 4: (1 điểm).

Một nghiên cứu về môi trường ở một cộng đồng dân cư chỉ ra rằng mức độ ô nhiễm môi trường trong không khí phụ thuộc vào dân số của cộng đồng đó và cho bởi công thức

$$Q(p) = 4p^2 + 8p + 8 \quad (\text{đơn vị chất ô nhiễm})$$

trong đó p là dân số (nghìn người) của cộng đồng. Biết rằng hiện giờ dân số của cộng đồng là 27000 người và đang tăng với tốc độ 3000 người trên năm. Hỏi tốc độ tăng của mức độ ô nhiễm hiện giờ là bao nhiêu?

Câu 5: (1 điểm). Tốc độ xảy ra quá trình quang hợp (mg carbon/m³/h) của một loài sinh vật phù du được mô hình bởi hàm số

$$P(I) = \frac{100I}{I^2 + I + 4},$$

trong đó I là cường độ ánh sáng. Tìm cường độ ánh sáng I để P là lớn nhất?

Câu 6: (1 điểm). Cho hàm số $f(x)$ xác định bởi tích phân

$$f(x) = \int_0^x (1 - t^2)e^{t^2} dt, \quad \text{với } x \geq 0.$$

Tính $f'(x)$ và xét tính đơn điệu của hàm số.

Câu 7: (2 điểm).

Một tách cà phê có nhiệt độ ban đầu là 90°C được đặt trong một căn phòng có nhiệt độ là 20°C . Biết rằng sau 30 phút thì nhiệt độ của tách cà phê là 61°C . Theo Định luật làm mát của Newton thì nhiệt độ của tách cà phê $T(t)$ sau t phút thỏa phương trình vi phân

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_m)$$

trong đó k là hằng số dương và T_m là nhiệt độ của môi trường xung quanh.

- Hãy tìm công thức tính $T(t)$?
- Hãy tính nhiệt độ trung bình của tách cà phê trong nửa giờ đầu?

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
[CĐR G1.1] Giải thích được các khái niệm về hàm số, hàm ngược, hàm siêu việt, giới hạn, liên tục, đạo hàm, vi phân và tích phân	Câu 1,2,3,4,5,6
[CĐR G1.2] Tính được các giới hạn, đạo hàm, vi phân của một hàm số, tính tích phân cơ bản, vẽ được đồ thị của hàm số	Câu 2,3,4,5,6
[CĐR G2.1] Xây dựng được mô hình toán học sử dụng đạo hàm để giải quyết các yêu cầu về tốc độ thay đổi và tối ưu trong đời sống, vật lý và kỹ thuật	Câu 4,5
[CĐR G2.3] Giải phương trình vi phân tách biến	Câu 7

Ngày 02 tháng 06 năm 2023

Thông qua Trưởng bộ môn